

Exercícios de Análise Infinitesimal I

2.1. Exprima em termos de intervalos de números reais o conjunto solução das seguintes condições:

a) $1 - x \leq 2$

b) $0 \leq 1 - x \leq 1$

c) $x^2 < 3$

d) $x^2 > 5$

e) $x^3 > x$

f) $x^3 + 3x \leq 4x^2$

g) $-3 \leq \frac{1}{x} \leq 1$

h) $\frac{x^2 + 1}{2 - x} \geq 2$

i) $0 < |x| < 1$

j) $0 < |x - 2| < \frac{1}{2}$

l) $|2 - x| > 2$

m) $|x^2 - 1| \leq 3$

n) $9 - 3|4 - x^2| \geq 0$

o) $|2x - 1| - x \geq 2$

p) $|2x + 3| |x - 1| \leq 5$

q) $|x^2 - 1| \leq x^2 - 2x$

r) $\frac{1}{|1 - x|} \geq \frac{1}{|x|}$

s) $x|x + 2| \leq |x - 4|$

2.2. Em cada uma das alíneas seguintes encontre uma desigualdade da forma $|x - c| < \delta$ cuja solução seja o intervalo aberto dado:

a) $] - 2, 2[$

b) $] - 3, 3[$

c) $] 0, 4[$

d) $] - 3, 7[$

e) $] - 4, 0[$

f) $] - 7, 3[$

2.3. Em cada alínea represente a região do plano limitada por:

a) a parábola $x = 1 - y^2$ e a recta $x + y + 1 = 0$.

b) a recta $y = -x + 1$, a recta $x = 3$ e a curva $y = e^x$.

c) os gráficos $y = |x - 2|$ e $y = \sin x$.

d) os gráficos $y = |\cos x|$, $y = x^3$ e $x = 0$.

2.4. Caracterize as funções compostas $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ e $g \circ g$, sendo:

a) $f(x) = 2x^2 - x$ e $g(x) = 3x + 2$

b) $f(x) = \sqrt{x - 1}$ e $g(x) = x^2$

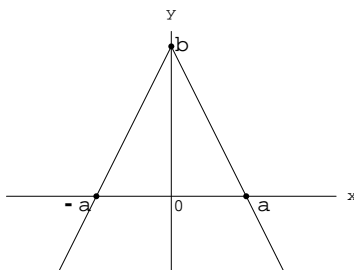
c) $f(x) = \frac{1}{x - 1}$ e $g(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$

2.5. Determine g tal que $f \circ g = F$, sabendo que:

a) $f(x) = x + \frac{1}{x}$, $F(x) = a^2x^2 + \frac{1}{a^2x^2}$

b) $f(x) = x^3$, $F(x) = \left(1 - \frac{1}{x^4}\right)^2$

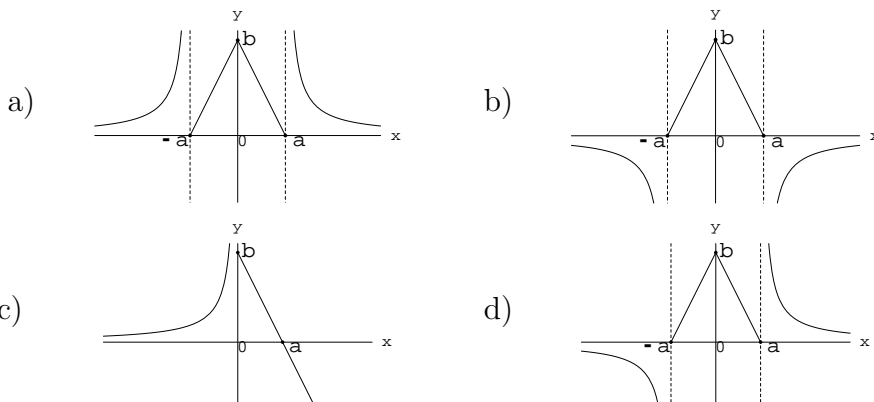
2.6. A figura seguinte representa o gráfico de uma função real de variável real $f(x)$



Seja $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida por:

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ x^{-1} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

qual dos gráficos abaixo que representa a função $g \circ f$?



Descreva funções f tais que a composição $g \circ f$ corresponda a cada um dos outros três gráficos.