Exercícios de Análise Infinitesimal I

18.1. Escreva em coordenadas cartesianas (x, y) os pontos com as seguintes coordenadas polares (r, θ):

a) $(3, \pi/4)$ b) $(2, -\pi/6)$ c) $(5, 0)$ d) $(0, 6\pi/7)$

18.2. Escreva em coordenadas polares (r, θ) os pontos com as seguintes coordenadas cartesianas (x, y):

a) $(3, 3)$ b) $(2, -2)$ c) $(0, 5)$ d) $(3, 3\sqrt{3})$

e) $(-3, \sqrt{3})$ f) $(0, 0)$

18.3. Escreva as equações dadas em coordenadas polares. Sempre que possível apresente o resultado na forma $r = f(\theta)$.

a) $2x + 3y = 4$ b) $y^2 = 4x$ c) $x^2 + y^2 = 4$

d) $x^2 + y^2 = 2x$ e) $y^2 = \dfrac{x^3}{2 - x}$

18.4. Escreva as equações dadas em coordenadas cartesianas.

a) $r = 5$ b) $r = 3\,|\cos\theta|$ c) $\operatorname{tg}\theta = 6$

d) $r = |\sin 2\theta|$ e) $r^2 = 2/\sin 2\theta$

18.5. Desenhe o gráfico polar da equação:

a) $r = 5$ b) $\theta = 3\pi/2$ c) $r\ |\sin\theta| = 5$

d) $r = 2\,|\sin\theta|$ e) $r = 2/(2 - \cos\theta)$

18.6. Calcule a área da região limitada pelos gráficos das seguintes funções:

a) $r = 4$ b) $r = 3\ \sin\theta,\ \ 0 \leq \theta \leq \pi/3$ e $\theta = \pi/3$

c) $r = 3\ |\sin\theta|$ d) $r = 9\ |\sin 2\theta|$ (rosa de 4 pétalas)

e) $r = 2(1 - \sin\theta)$

18.7. Calcule a área da região interior à primeira curva e exterior à segunda.

a) $r = 5$ e $r = 1$ b) $r = 5$ e $r = 2(1 + \cos\theta)$

c) $r = 3(1 + \cos\theta)$ e $r = 2\,|\cos\theta|$

18.8. Desenhe a região limitada pelas curvas e, determine o volume do sólido gerado pela rotação da região em torno do eixo dos xx.

a) $y = x\,, y = 0\,, x = 1$ b) $y = x^3\,, y = 8\,, x = 0$

c) $y = x^2\,, y = 2 - x$

18.9. Desenhe a região limitada pelas curvas e, determine o volume do sólido gerado pela rotação da região em torno do eixo dos yy.

a) $y = 2x\,, y = 4\,, x = 0$ b) $x = y^3\,, x = 8\,, y = 0$

c) $x = y^2\,, x = 2 - y^2$

18.10. Considere a elipse de equação $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1\,(a, b > 0)$.

a) Represente, através de um integral, a área da elipse e calcule-a.

b) Represente, através de um integral, o volume do elipsoíde de revolução gerado pela rotação da elipse em torno de um dos seus eixos e calcule-o. Deduza, do resultado obtido, a fórmula do volume da esfera.

18.11. Uma bóia cheia de ar, tem uma secção circular de 5 centímetros de raio e um buraco para o corpo, também circular, com 40 centímetros de diâmetro. Calcule o volume de ar contido na bóia, supondo desprezível a sua espessura.