

### Exercícios de Análise Infinitesimal I

- 16.1. Um ponto percorre o eixo dos  $xx$  com aceleração  $a(t) = 12 - 8t$  ( $m/s^2$ ) em cada instante  $t$ . Sabendo que ocupava a posição  $x = 0$  ( $m$ ) no instante  $t = 0$  ( $s$ ) e tinha velocidade  $0$  ( $m/s$ ) nesse instante, calcule:
- A sua velocidade no instante  $t = 2$  ( $s$ ).
  - A sua posição no instante  $t = 3$  ( $s$ ).
  - A velocidade máxima, em valor absoluto, durante todo o movimento e o instante em que essa velocidade foi atingida.
  - Excluindo o instante inicial  $t = 0$  ( $s$ ), o ponto esteve parado em algum instante?

16.2. Sejam

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{se } 1 < x < 3 \\ 2x - 5 & \text{se } 3 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

e

$$g(x) = \int_{-1}^x f(t) dt \quad \text{para todo } x \in [-1, 5].$$

- Determine a expressão que define  $g(x)$ .
  - Esboce os gráficos de  $f$  e  $g$ .
  - Diga onde é:
    - $f$  contínua.
    - $f$  diferenciável.
    - $g$  diferenciável.
- 16.3. Determine a área da região limitada pelo gráfico de  $f$  e pelo eixo dos  $xx$  quando:
- $f(x) = 2 + x^3$ ,  $x \in [0, 1]$ .
  - $f(x) = \sqrt{x+1}$ ,  $x \in [3, 8]$ .
  - $f(x) = x^2(3+x)$ ,  $x \in [0, 8]$ .
  - $f(x) = \cos x$ ,  $x \in [\pi/6, \pi/3]$ .
  - $f(x) = (x+2)^{-2}$ ,  $x \in [0, 2]$ .

16.4. Considere a função  $f(x) = \sin x$ .

- a) Calcule os integrais  $\int_{-\pi/2}^0 f(x) dx$ ,  $\int_0^{\pi/2} f(x) dx$ ,  $\int_{\pi/2}^{\pi} f(x) dx$ ,  
 e  $\int_{-\pi/2}^{\pi} f(x) dx$  e interprete o resultado em termos de áreas.
- b) Calcule a área da região limitada pelo gráfico de  $f$  e o eixo dos  $xx$ ,  
 para  $x \in [-\pi/2, \pi]$ .

16.5. Em cada uma das alíneas seguintes esboce o gráfico da função  $f$  e determine a área da região limitada por ele e pelo eixo dos  $xx$ ,

a)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 3 - x & \text{se } 1 < x \leq 3 \end{cases}$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} 3\sqrt{x} & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x^2 & \text{se } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

16.6. Em cada um dos seguintes casos, represente a região limitada pelas curvas dadas e determine a sua área.

a)  $y = 1 + \cos x$ ,  $y = 1$ , para  $0 \leq x \leq \pi/2$

b)  $y = \sqrt{x}$  e  $y = x^2$

c)  $y = 6x - x^2$  e  $y = 2x$

d)  $y = \cos x$  e  $y = 4x^2 - \pi^2$