

Exercícios de Análise Infinitesimal I

11.1. Escreva a fórmula de Taylor, para as seguintes funções:

- a) $f(x) = \log x$, potências de $(x - 1)$, resto de ordem 3.
- b) $g(x) = \frac{1}{1 - x}$, potências de x , resto de ordem 1.
- c) $h(x) = \cos x$, potências de $(x - \frac{\pi}{4})$, resto de ordem 1.
- d) $j(x) = e^{x^2}$, potências de x , resto de ordem 3.

11.2. Considere as funções $f(x) = \operatorname{arctg} x^2$ e $g(x) = \ln(1 + x^2)$.

- a) Escreva as suas fórmulas de Taylor com potências de x e resto de ordem 3.
- b) Usando a alínea anterior calcule:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x^2 + \operatorname{arctg} x^2}{\ln(1 + x^2)}$$

11.3. Utilize o desenvolvimento de Taylor para determinar:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2}$
- b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2 \cos x - \sqrt{2}}{2 \sin x - \sqrt{2}}$

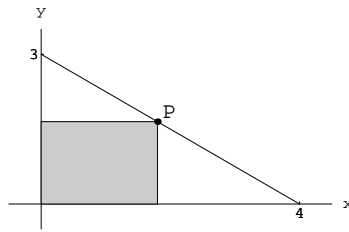
11.4. Considere a função $f(x) = ae^x + be^{-x}$ com $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

- a) Mostre que: se $f(x)$ tem um extremo local então $ab > 0$.
- b) Supondo $ab > 0$, indique justificando em que condições esse extremo é máximo ou mínimo. Em cada um dos casos estude o sentido da concavidade do gráfico de $f(x)$.

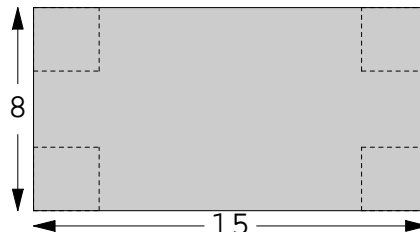
11.5. Encontre o maior valor possível do produto xy com $x > 0$, $y > 0$ e $x + y = 40$.

11.6. Encontre as dimensões de um rectângulo com perímetro 24 e, área máxima.

11.7. Determine as coordenadas de P que tornam máxima a área do rectângulo da figura abaixo.



- 11.8. Num rectângulo de cartão com dimensões 8×15 recorte quatro quadrados iguais, um em cada canto, (veja a figura em baixo). A peça em forma de cruz assim obtida, é dobrada numa caixa aberta. Quais são as dimensões dos quadrados a recortar se queremos que o volume da caixa resultante seja máximo?



- 11.9. A figura mostra um cilindro circular inscrito numa esfera de raio R . Determine as dimensões do cilindro de modo a que o seu volume seja máximo.

